

บทที่ 4 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ความหมาย : ความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คือ การแก้ปัญหา การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น การแสดงเหตุผล การนำเสนอ และการสื่อสาร ความคิดสร้างสรรค์

1. ทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะรู้ ฝึกฝน และการพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียนปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบโดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

รูปแบบกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya)

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาเป็นการคิดเกี่ยวกับปัญหาและตัดสินใจว่าอะไรที่ต้องการค้นหา โดยผู้เรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนที่สำคัญของปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า นำความสัมพันธ์ที่ได้มาผสมผสานกับประสบการณ์ กำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นการลงมือปฏิบัติตามแผนหรือแนวทางที่วางไว้ อาจตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียด แล้วลงมือปฏิบัติจนได้ความสำเร็จ ถ้าไม่สำเร็จต้องค้นหาและทำการแก้ปัญหาจนสามารถแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล เป็นการมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา เริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ใช้ มีคำตอบหรือยุทธวิธีอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่

การพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ : ทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหา

Polya(1957) ได้ให้นิยามของการแก้ปัญหาว่า การแก้ปัญหาคือความสามารถพิเศษทางสมอง ซึ่งเป็นพรสวรรค์ของแต่ละบุคคล ทำให้บุคคลนั้นมีความพิเศษเหนือผู้อื่น โพลยาแบ่งปัญหาออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้(Polya,1985)

1.ปัญหาให้ค้นหา(Problem to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรม หรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน ได้แก่ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดมาให้ และเงื่อนไข

2.ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดเป็นจริง หรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ สมมติฐาน หรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุป หรือสิ่งที่ต้องการพิสูจน์

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา(NCTM,2000:52)ได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ สรุปได้ดังนี้ การแก้ปัญหามีหมายถึง วิธีการหาผลลัพธ์ที่ไม่รู้ ซึ่งในการหาผลลัพธ์นักเรียนต้องเขียนสิ่งที่เขารู้ และใช้กระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนจะได้พัฒนาความเข้าใจใหม่ๆทางคณิตศาสตร์อยู่เสมอการแก้ปัญหาไม่ใช่เป็นเพียงเป้าหมายของการเรียนคณิตศาสตร์ แต่หลักที่สำคัญคือ การได้ลงมือปฏิบัติ นักเรียนควรมีโอกาสที่จะได้คิดหาวิธีได้จับต้องสื่อ แก้ปัญหาที่ซับซ้อน และครูควรจะให้กำลังใจเพื่อสะท้อนต่อการคิดของนักเรียน และในการจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาดังที่ได้ระบุความสามารถที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัว ofนักเรียนตั้งแต่อนุบาลถึงเกรด 12 ดังนี้

1. สามารถสร้างองค์ความรู้ใหม่ในการแก้ปัญหา
2. สามารถแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์และเนื้อหาอื่นๆ
3. สามารถนำ และประยุกต์ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม
4. สามารถสะท้อนให้เห็นกระบวนการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาที่ได้มาของคำตอบที่ถูกต้อง นักเรียนต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทาง หรือวิธีการในการหาคำตอบ การแก้ปัญหาคือกระบวนการที่มีความเชื่อมโยงจากการนำประสบการณ์ความรู้ ความเข้าใจ และความคิดมาประยุกต์ใช้หาคำตอบ และใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาหรือเครื่องมือช่วยนักเรียนในการแก้ปัญหา ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปัญหาหนึ่งๆสามารถแก้ได้โดยใช้ยุทธวิธีที่หลากหลาย นักแก้ปัญหาคือจะต้องเรียนรู้ยุทธวิธีต่างๆ และสะสมยุทธวิธีไว้มากๆเพื่อนำมาใช้ได้อย่างเหมาะสม และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้...

ยุทธวิธีแก้ปัญหา

1. การค้นหาแบบรูป
2. การสร้างตาราง
3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ
4. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
5. การคาดเดาและตรวจสอบ
6. การทำงานแบบย้อนกลับ
7. การเขียนสมการ
8. การเปลี่ยนมุมมอง
9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย
10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์
11. การให้เหตุผลทางอ้อม

2. ทักษะและกระบวนการ การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือ ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์หรือการเชื่อมโยงเพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

รูปแบบการให้เหตุผล

1. **การให้เหตุผลแบบสหัญญาณ** เป็นการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึก
2. **การให้เหตุผลแบบอุปนัย** เป็นการให้เหตุผลที่มาจากกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลายๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง เรียกข้อสรุปที่ได้ว่า ข้อความคาดการณ์
3. **การให้เหตุผลแบบนิรนัย** เป็นการให้เหตุผลที่มาจากกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์แล้วให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น ไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

3. ทักษะการสื่อสาร และการนำเสนอ เป็น กระบวนการถ่ายทอดข่าวสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสารโดยนำเสนอผ่านช่องทางการสื่อสารต่าง ๆ ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน การดู การแสดงท่าทาง โดยมี การใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชันและแบบจำลอง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาช่วย

ในการสื่อความหมาย

4. ทักษะและกระบวนการ การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็น กระบวนการที่ต้องอาศัยการคิด วิเคราะห์ และความคิดสร้างสรรค์ ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระและหลักการทางคณิตศาสตร์มาสร้างความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาและการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

รูปแบบการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1. การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ เป็น การนำความรู้และทักษะกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลทำให้สามารถแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีหรือกะทัดรัดขึ้น และทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีความหมายขึ้น

2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น เป็น การนำความรู้และทักษะกระบวนการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปสัมพันธ์กันอย่างเป็นเหตุเป็นผลกับเนื้อหาและความรู้ของศาสตร์อื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ ดาราศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์น่าสนใจ มีความหมายและนักเรียนเห็นความสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์

3. ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เป็น กระบวนการคิดที่อาศัยความรู้พื้นฐาน จินตนาการและ วิจารณ์ญาณ ในการพัฒนาหรือคิดค้นองค์ความรู้หรือสิ่งประดิษฐ์ใหม่ ๆ ที่มีคุณค่าและเป็นประโยชน์ต่อตนเอง และสังคม ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์มีหลายระดับ ตั้งแต่ระดับพื้นฐานที่สูงกว่าความคิดพื้นฐานเพียงเล็กน้อย ไปจนกระทั่งเป็นความคิดที่อยู่ในระดับสูงมาก องค์ประกอบของความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม ความคิดละเอียดลออ